UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

1. La Intergral
2. Funciones Trascendentes

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 1er. piso, 116

Tel. 53189014

Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,

Página: http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/

Recapitulación y Recordatorios

1. Sumas de Riemann y la integral como límite de Sumas de Riemann.
2. La integral definida (vimos Teorema del valor medio para integrales definidas)

$f:\Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Recapitulación y Recordatorios

3. El Teorema fundamental del cálculo

$f : \Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

i. $F(x) = \int_a^x f(y)dy$ $F : \Re \to \Re$ continua

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(y)dy = f(x)$$

ii. $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Recapitulación y Recordatorios

4. Integral Indefinida

$f : \Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

$$\int f(x)dx$$

5. Integración por cambio de variable

$f : \Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

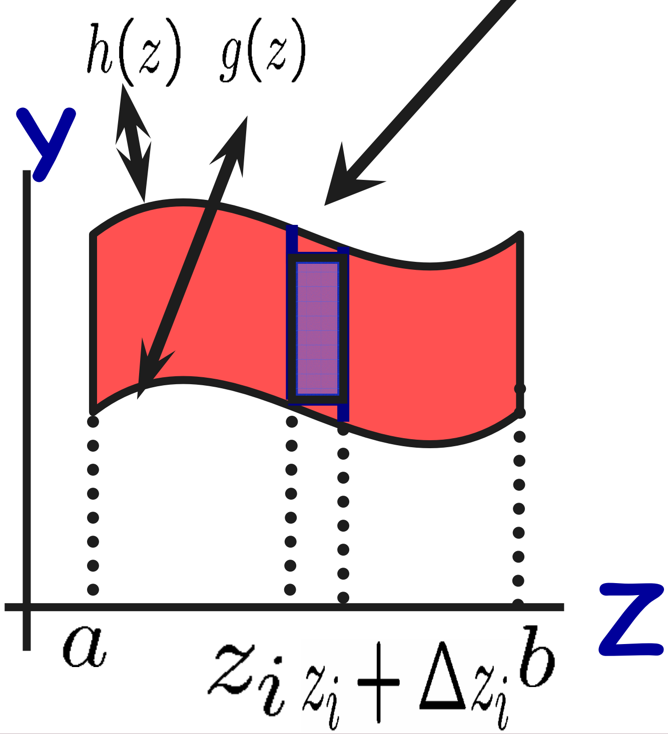
$g : \Re \to \Re,$ continua y diferenciable

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

donde $u = g(x)$

Recapitulación y Recordatorios

Cálculo de áreas



$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (h(z_i) - g(z_i))\Delta z_i =$$

$$\int_a^b (h(z) - g(z))dz$$

Recapitulación y Recordatorios

2. Funciones trascendentes

(en taller y teoría vimos)

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

2.2 Logaritmo natural (base e)

2.3 Exponencial natural (base e)

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases ≠ e)

2.5 La regla de L'Hôpital

2.6 Funciones trigonométricas inversas

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

Una función tiene inversa si es inyectiva en su dominio

$$f : D \to R, f^{-1} : R \to D, R = f(D)$$

Una función es inyectiva, si imágenes distintas siempre corresponden a puntos distintos

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } \; x_1 \neq x_2$$

Derivada de la función Inversa

$$\frac{d}{dy} f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

donde

$$f(x) = y$$

Exponencial y logaritmo

2.2 Logaritmo natural (base e)

2.3 Exponencial natural (base e)

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases ≠ e)

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt \qquad \exp(x) = e^x = \ln^{-1}(x)$$

$$a^x = e^{\ln(a)x},\ a > 0$$

Cálculo en otra base

$$\frac{d}{dx}\ln(u) = \frac{1}{u}\frac{d}{dx}u \qquad \frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{d}{dx}u$$

donde $\ln(e) = 1$

2.5 La regla de L'Hôpital

Supongamos que $f(a) = g(a) = 0$,

que f y g derivables en un intervalo abierto de a, $g'(a) \neq 0$

Entonces

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

2.5 La regla de L'Hôpital

Razones de crecimiento de funciones cuando $x \longrightarrow \infty$

f crece mas rápido que g $(x \rightarrow \infty)$ si

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \quad \text{o} \quad \lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$$

f y g crecen a la misma razón $(x \rightarrow \infty)$ si

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L, 0 < L < \infty$$

2.5 Ejemplo de uso la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 + \sin^2(x)}{e^x}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2^x}{e^x}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x/2}{e^x}$$

2.5 Ejemplo de uso la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{\ln(x)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x}{\ln(x)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 e^{-x}}{x^2}$$

2.6 Ejemplos de Funciones inversas

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}(x) =$$

$$f(x) = \tan(x),\ f^{-1}(x) = \tan^{-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1}(x) = \frac{1}{\sec^2(\tan^{-1}(x))}$$

Note

$$= \frac{1}{1+[\tan(\tan^{-1}(x))]^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

2.6 Ejemplos de Funciones inversas

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}(x) =$$

$$f(x) = \sin(x),\ f^{-1}(x) = \sin^{-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx}f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

Usamos

$$1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}(x) = \frac{1}{\cos(\sin^{-1}(x))}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-[\sin(\sin^{-1}(x))]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Funciones trigonometricas inversas

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arcsin}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccos}(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctan}(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Cierre de clase

- Mañana Examen
- Temas:
  - 1. La Integral y
  - 2. Funciones Trascendentes
- LA PRACTICA HACE AL MAESTRO Y LES QUITA LAS DUDAS.
- Una ayuda son los ejercicios del Thomas Cap. 5 y 7.

Gracias feliz clase

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.azc.uam.mx