UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

2. Aplicaciones de la Integral

Área de una región entre curvas
Sólido con área de sección transversal conocida

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 1er. piso, 116

Tel. 53189014

Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,

Página: http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/

Recapitulación y Recordatorios

1. Sumas de Riemann y la integral como límite de Sumas de Riemann.
2. La integral definida (vimos Teorema del valor medio para integrales definidas)

$f:\Re \rightarrow \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Recapitulación y Recordatorios

3. El Teorema fundamental del cálculo

$f : \Re \rightarrow \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

i. $F(x) = \int_a^x f(y)dy$ $F : \Re \rightarrow \Re$ continua

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(y)dy = f(x)$$

ii. $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Recapitulación y Recordatorios

4. Integral Indefinida

$f:\Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

$$\int f(x)dx$$

5. Integración por cambio de variable

$f:\Re \to \Re, a, b \in \Re, a < b$ f continua en $[a, b]$

$g:\Re \to \Re,$ continua y diferenciable

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

donde $u = g(x)$

Recapitulación y Recordatorios

2. Funciones trascendentes

(en taller y teoría vimos)

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

2.2 Logaritmo natural (base e)

2.3 Exponencial natural (base e)

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases ≠ e)

2.5 La regla de L'Hôpital

2.6 Funciones trigonométricas inversas

2.1 Función inversa: gráficas, continuidad y derivabilidad

Una función tiene inversa si es inyectiva en su dominio

$$f : D \to R, f^{-1} : R \to D, R = f(D)$$

Una función es inyectiva, si imágenes distintas siempre corresponden a puntos distintos

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } x_1 \neq x_2$$

Derivada de la función Inversa

$$\frac{d}{dy}f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

donde

$$f(x) = y$$

Exponencial y logaritmo

2.2 Logaritmo natural (base e)

2.3 Exponencial natural (base e)

2.4 funciones logarítmicas y exponenciales generales (otras bases ≠ e)

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t}dt \qquad \exp(x) = e^x = \ln^{-1}(x)$$

$$a^x = e^{\ln(a)x},\ a > 0$$

Cálculo en otra base

$$\frac{d}{dx}\ln(u) = \frac{1}{u}\frac{d}{dx}u \qquad \frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{d}{dx}u$$

donde $\ln(e) = 1$

2.5 La regla de L'Hôpital

Supongamos que $f(a) = g(a) = 0$,

que f y g derivables en un intervalo abierto de a, $g'(a) \neq 0$

Entonces

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

2.5 La regla de L'Hôpital

Razones de crecimiento de funciones cuando $x \longrightarrow \infty$

f crece mas rápido que g $(x \to \infty)$ si

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

o

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$$

f y g crecen a la misma razón $(x \to \infty)$ si

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L, 0 < L < \infty$$

Objetivos y actividades de la clase

- Aplicar la integral definida para resolver problemas relacionados con área, volumen y longitud de una curva

3.1 Área de una región entre curvas

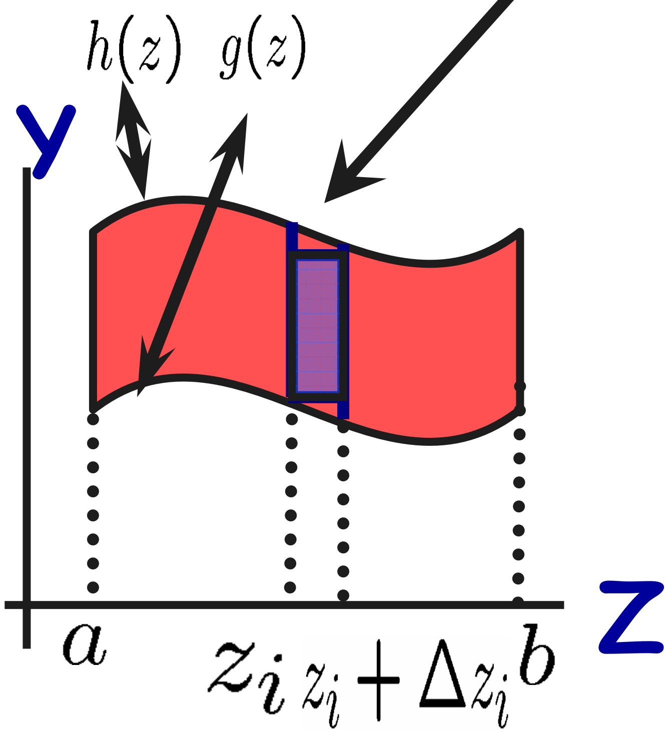
3.2 Volumen de un sólido

3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida

3.2.2 Sólido de revolución

3.3 Longitud de arco

3.1 Área de una región entre curvas

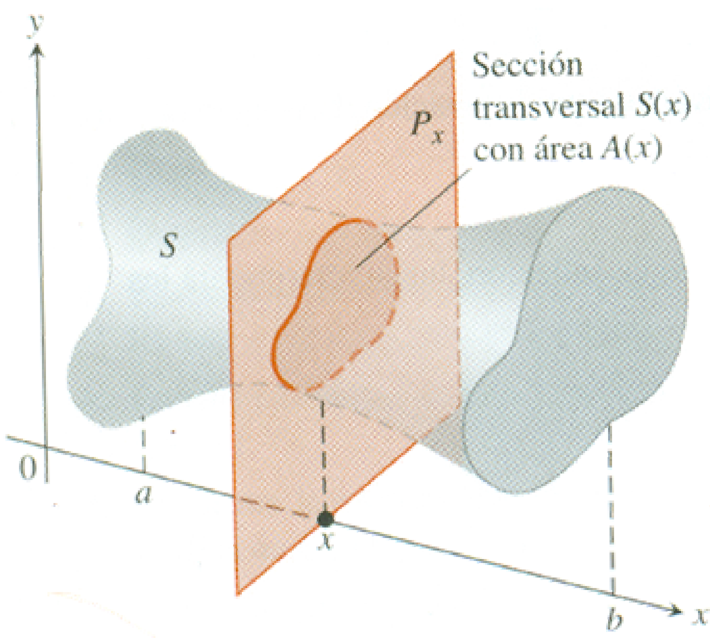


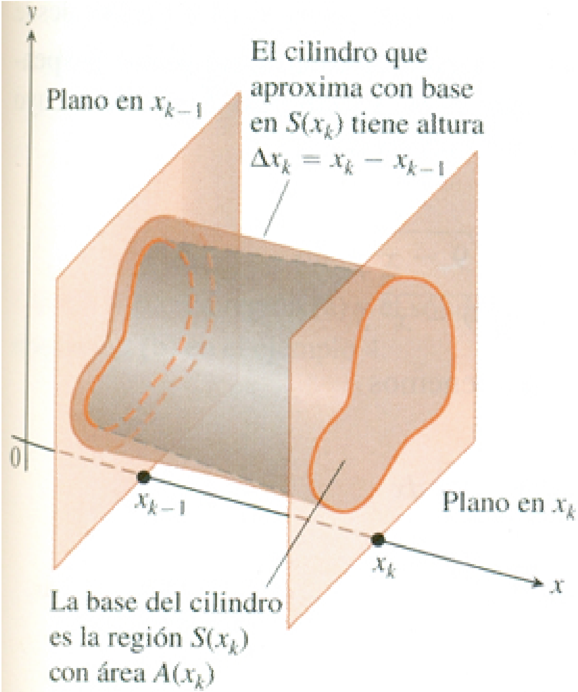
$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (h(z_i) - g(z_i))\Delta z_i =$$

$$\int_a^b (h(z) - g(z))dz$$

3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida

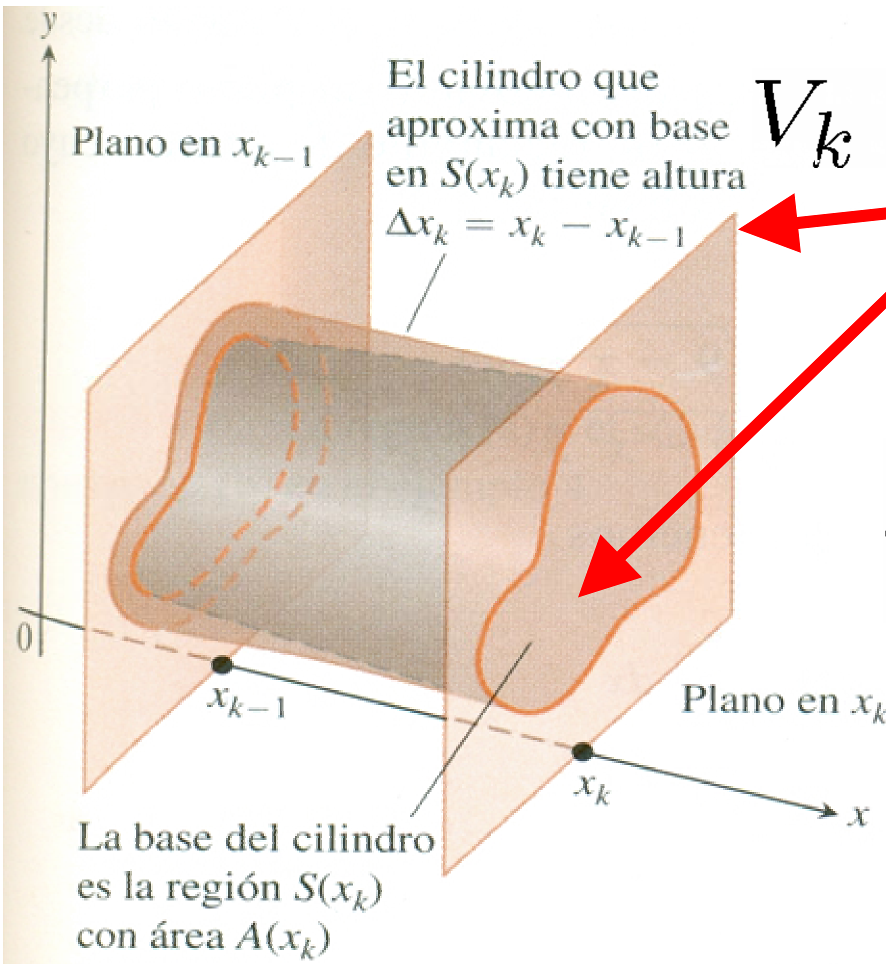
Volumen = área x altura





Figuras del Thomas

3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida



$$V_k = A(x_k)\Delta x_k$$

$$V = lim_{k\to\infty} \sum_{k=1}^{n} V_k = lim_{k\to\infty} \sum_{k=1}^{n} A(x_k)\Delta x_k$$

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

Figura del Thomas

Ejemplo

$$A(x) = x^2 \text{ con } x \in [0,3]$$

1. Dibuje
2. Determine fórmula
3. Considere los límites de integración
4. Integre

Cierre de clase

Las aplicaciones de la integral nos permiten evaluar o medir áreas, volúmenes y longitud de arcos.

- LA PRACTICA HACE AL MAESTRO Y LES QUITA LAS DUDAS.
- Una ayuda son los ejercicios del Thomas 5.6(áreas), 6.1 (Volumen por sección transversal y volumen de sólidos de revolución) y 6.3 (longitud de arco) Cap. 6 .

Gracias feliz clase

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.azc.uam.mx