UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

2. Aplicaciones de la Integral

Sólido con área de sección transversal conocida
Sólido de revolución y longitud de arco

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Objetivos y actividades de la clase

- Aplicar la integral definida para resolver problemas relacionados con área, volumen y longitud de una curva

3.1 Área de una región entre curvas

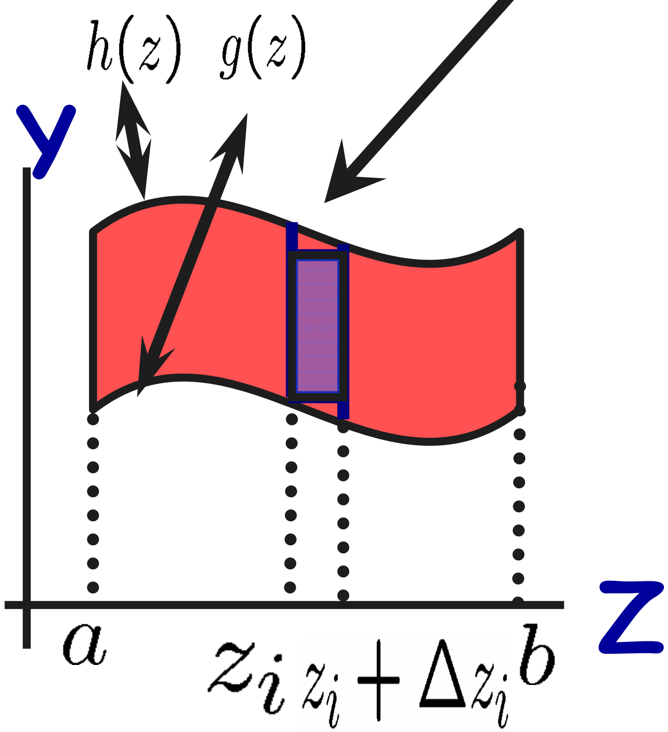
3.2 Volumen de un sólido

  3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida

  3.2.2 Sólido de revolución

3.3 Longitud de arco

3.1 Área de una región entre curvas

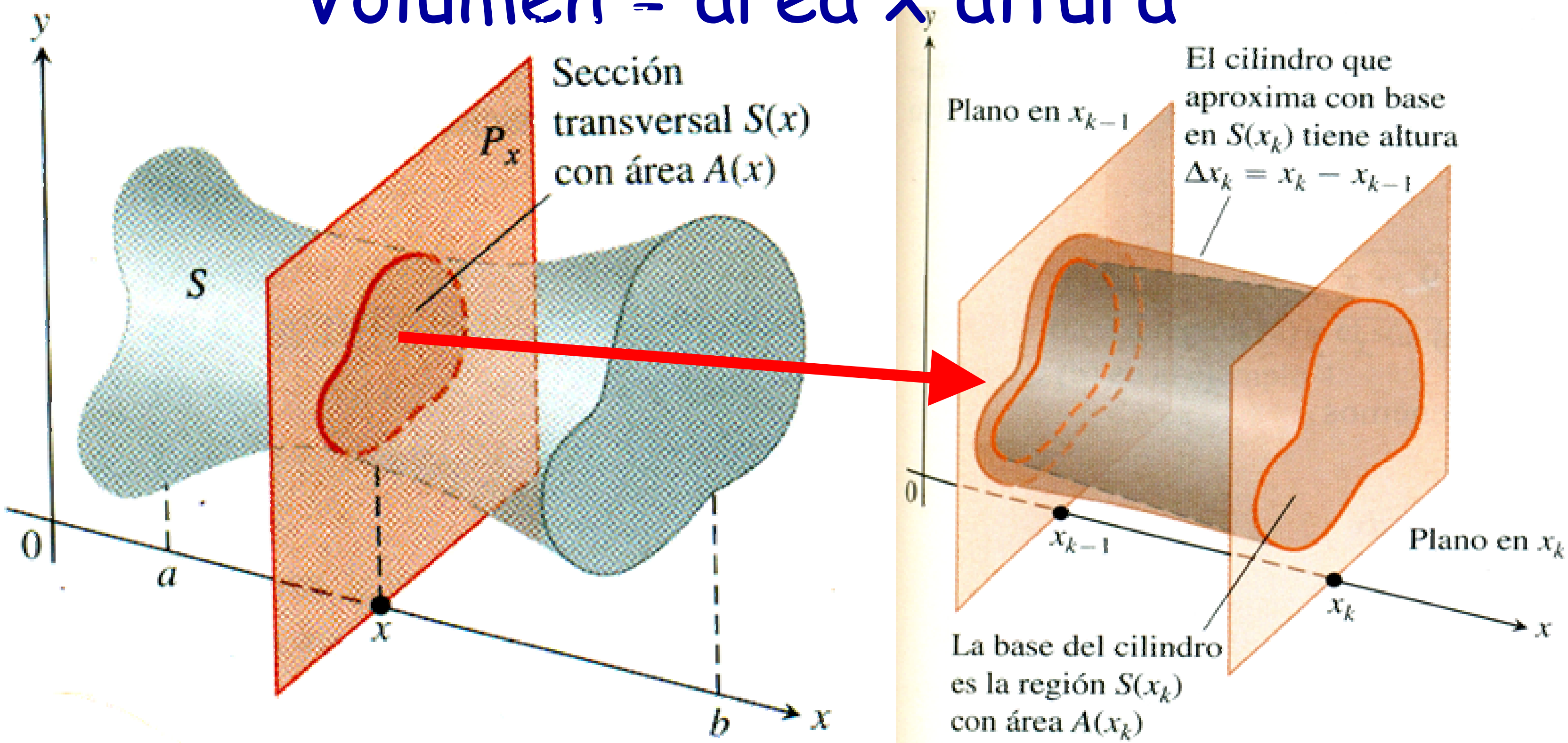


$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (h(z_i) - g(z_i))\Delta z_i =$$

$$\int_a^b (h(z) - g(z))dz$$

3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida

Volumen = área x altura



Figuras del Thomas

3.2.1 Sólido con área de sección transversal conocida

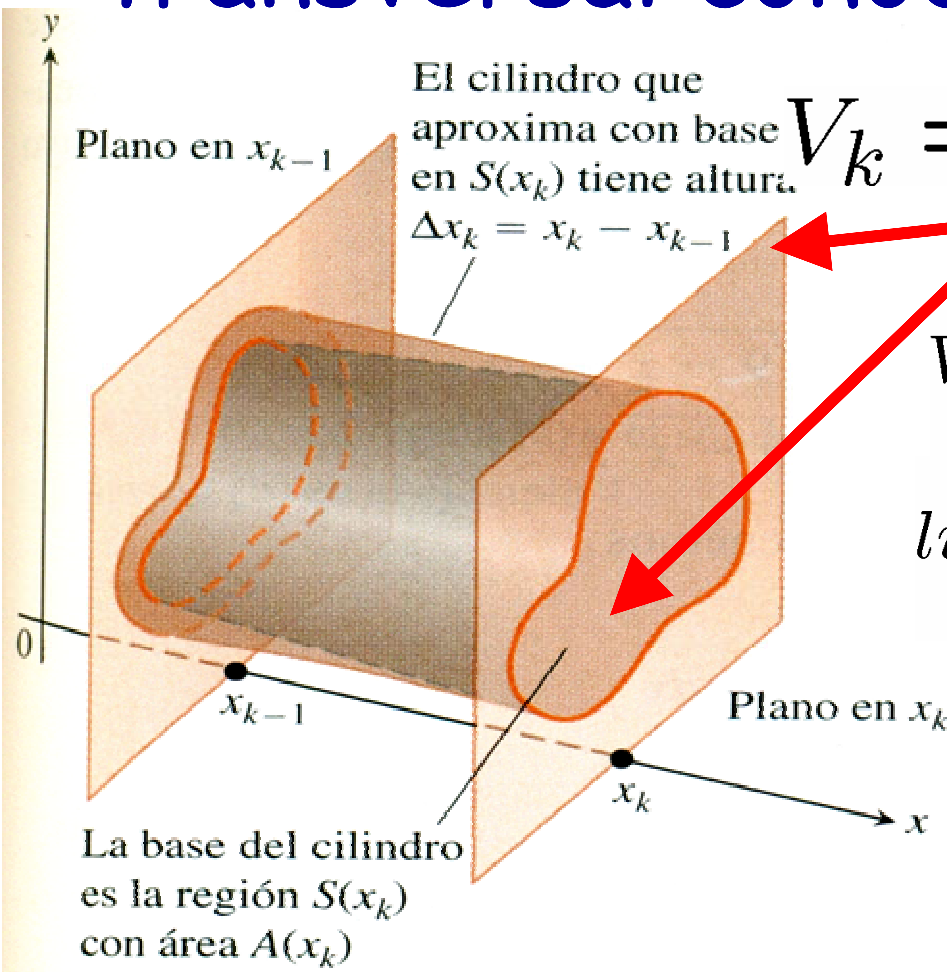


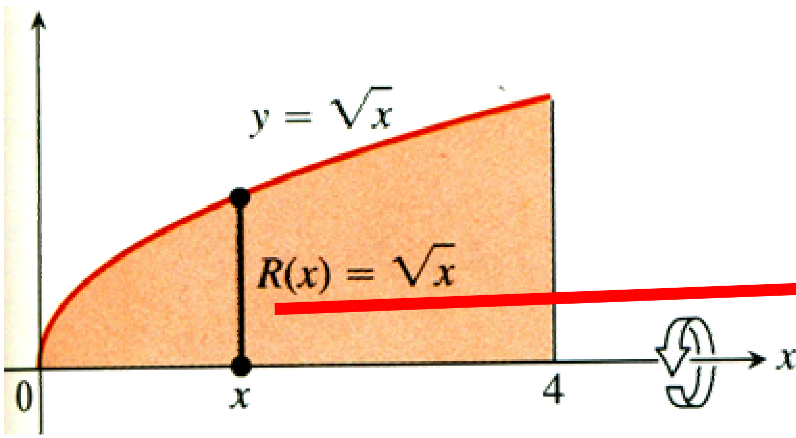
Figura del Thomas

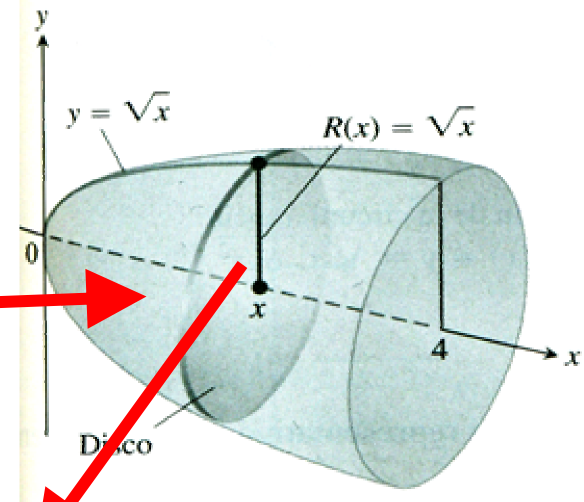
$$V_k = A(x_k)\Delta x_k$$

$$V = lim_{k\to\infty} \sum_{k=1}^{n} V_k = lim_{k\to\infty} \sum_{k=1}^{n} A(x_k)\Delta x_k$$

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

3.2.2 Sólido de revolución





Como

$$A(x) = \pi[R(x)]^2$$

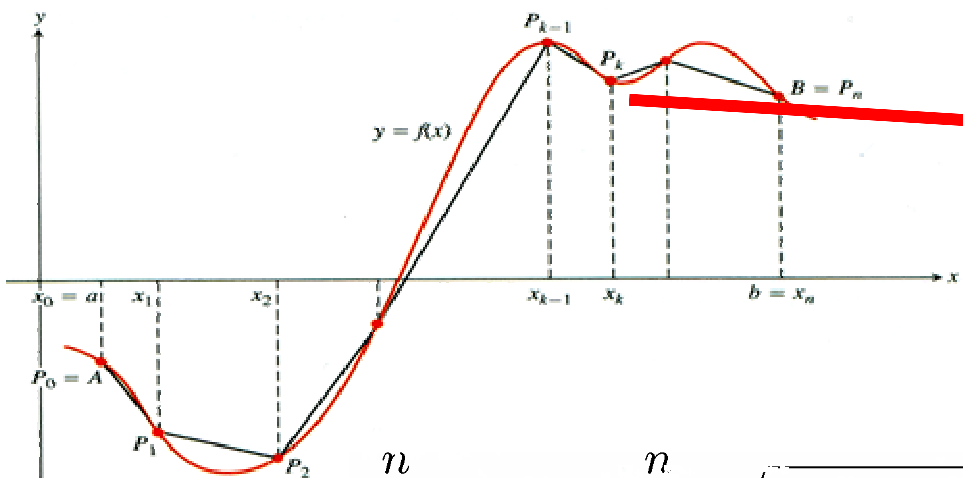
$$V = \int_a^b A(x)dx$$

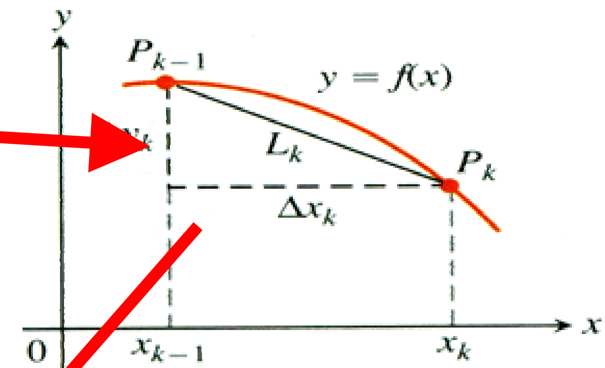
$$V = \int_a^b \pi[R(x)]^2 dx$$

Sustituyendo el área

Figura del Thomas

3.2.33.3 Longitud de arco





$$\sum_{k=1}^{n} L_k = \sum_{k=1}^{n} \sqrt{[\Delta x_k]^2 + [\Delta y_k]^2}$$

$$\Delta y_k = f'(c_k)\Delta x_k$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} L_k = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \sqrt{1 + [f'(c_k)]^2}\,\Delta x_k$$

Figura del Thomas

3.2.33.3 Longitud de arco

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} L_k = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+[f'(c_k)]^2}\,\Delta x_k$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1+[f'(c_k)]^2}\,dx$$

$(a, f(a))$ a $(b, f(b))$, f continua y diferenciable

Se puede calcular con $f{:}X \to Y$

3.2.33.3 Longitud de arco

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} L_k = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+[g'(c_k)]^2}\,\Delta y_k$$

$$L = \int_c^d \sqrt{1+[g'(c_k)]^2}\,dy$$

$(c, g(c))$ a $(d, g(d))$, g continua y diferenciable

Se puede calcular con $g: Y \to X$

3.2.33.3 Longitud de arco

$$s(x) = \int_a^x \sqrt{1 + [f'(t)]^2}\,dt$$

Por TFC

$$\frac{d}{dx}s(x) = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} = \sqrt{1 + \left[\frac{dy}{dx}\right]^2}$$

$$ds = \sqrt{1 + \left[\frac{dy}{dx}\right]^2}\,dx = \sqrt{[dx]^2 + [dy]^2}$$

Figura del Thomas

Cierre de clase

Las aplicaciones de la integral nos permiten evaluar o medir áreas, volúmenes y longitud de arcos.

- LA PRACTICA HACE AL MAESTRO Y LES QUITA LAS DUDAS.
- Una ayuda son los ejercicios del Thomas 5.6(áreas), 6.1 (Volumen por sección transversal y volumen de sólidos de revolución) y 6.3 (longitud de arco) Cap. 6 .

Gracias feliz clase

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.azc.uam.mx