UEA 1112017: Introducción al Álgebra Lineal

Campo de los numeros reales
1. Espacios Vectoriales, Ejemplos, Subespacio Vectorial

Carlos Barrón Romero

Oficina: H116

Tel. 5318 9014

Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,

Página: http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr

Departamento de Ciencias Básicas,

División Ciencias Básicas e Ingeniería

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco

Recapitulación

1. La clase pasada se presento el concepto de espacio vectorial derivado de un repaso de las propiedades de campo de los números reales
2. Se explico porque $(\{\mathbf{0}\},\mathbf{F},+,*)$ es un espacio vectorial

Actividad de clase

- Se repasan las propiedades de los números reales
- Se introducirá el concepto de Espacio Vectorial y subespacio vectorial
- Se presentaran ejemplos de espacios y subespacios vectoriales
- Los alumnos operarán para distinguir cuando se tiene un espacio o un subespacio vectorial

Propiedades de los números Reales ($\mathbf{R}$) (Campo $\mathbf{F}$, $\mathbf{R}$ o $\mathbf{C}$)

Sean cualesquiera a,b,c $\in \mathbf{R}$

Dos operaciones producto “ “ y suma +

1. Neutro

   para + existe $0 \in \mathbf{R}$, tal que $0+a=a$

   para “ “ existe $1 \in \mathbf{R}$, tal que $1a=a$

2. Cerradura

   $a+b \in \mathbf{R}$

   $ab \in \mathbf{R}$

Propiedades de los números Reales (**R**) (Campo **F, R o C**)

3. Conmutatividad

   $a+b=b+a$

   $ab=ba$

4. Asociatividad

   $(a+b)+c=a+(b+c)$

   $(ab)c=a(bc)$

5. Distributividad

   $a(b+c)=ab+ac$

Propiedades de los números Reales ($\mathbb{R}$)

6. Inverso

Existe $-a$, tal que $a+(-a)=0$

Existe a^{-1}, tal que $a(a^{-1})=1$, con $a \neq 0$

- Si se cumplen las propiedades anteriores se tiene un Campo **F**, que puede ser $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$
- A un campo se le conoce como anillo conmutativo con unidad multiplicativa

Espacio Vectorial (definición compacta)

Dado $V \neq 0$, conjunto y un campo escalar $\mathbf{F}$

$(V, \mathbf{F}, +, *)$ es un espacio vectorial si

1. $+: V \times V \rightarrow V$, $+(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathbf{a} + \mathbf{b}$
2. $*: \mathbf{F} \times V$, $*(\alpha, a) = \alpha \mathbf{a}$
3. y para todo $\alpha, \beta \in \mathbf{F}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b} \in V$, se tiene $\alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b} \in V$

Espacio Vectorial por sus propiedades

Dado $V \neq \phi$, conjunto y $\mathbb{F}$ un campo escalar

$(V,\mathbb{F},+,*)$ es un espacio vectorial si

$+: V\text{x}V \to V$, $+(\mathbf{a},\mathbf{b})=\mathbf{a}+\mathbf{b}$

$*: \mathbb{F}\text{x}V$, $*(\alpha,a)=\alpha\mathbf{a}$

1. Vector nulo, $\mathbf{0} \in V$, tal que para todo $a \in V$, se tiene $\mathbf{a}+\mathbf{0}=\mathbf{a}$
2. Cerradura
   Si $\mathbf{a},\mathbf{b} \in V$ entonces $\mathbf{a}+\mathbf{b} \in V$,
   Si $\alpha \in \mathbb{F}$, $\mathbf{a} \in V$, $\alpha\mathbf{a} \in V$

Espacio Vectorial por sus propiedades

3. *Conmutatividad*

   Si $\mathbf{a},\mathbf{b}\in V$ *entonces* $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{b}+\mathbf{a}$

   Si $\alpha,\beta\in\mathbf{F}$, $\mathbf{a}\in V$, $(\alpha+\beta)\mathbf{a}=(\beta+\alpha)\mathbf{a}$

4. *Asociatividad*

   Si $\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}\in V$ *entonces* $(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mathbf{c}=\mathbf{a}+(\mathbf{b}+\mathbf{c})$

   Si $\alpha,\beta\in\mathbf{F}$, $\mathbf{a}\in V$, $\alpha(\beta\mathbf{a})=(\alpha\beta)\mathbf{a}$

5. *Distributividad*

   Si $\alpha\in\mathbf{F}$, $\mathbf{a},\mathbf{b}\in V$, $\alpha(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\alpha\mathbf{a}+\alpha\mathbf{b}$

   Si $\alpha,\beta\in\mathbf{F}$, $\mathbf{a}\in V$, $(\alpha+\beta)\mathbf{a}=\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{a}$

Espacio Vectorial por sus propiedades

6. Identidad

   Para $1 \in \mathbf{F}$ y todo $\mathbf{a} \in V$, se tiene $1\mathbf{a}=\mathbf{a}$

7. Inverso

   Para todo $\mathbf{a} \in V$, existe $-\mathbf{a} \in V$, tal que $\mathbf{a}+(-\mathbf{a})=\mathbf{0}$

Subespacio Vectorial

$S \subset V$ es un subespacio vectorial de $(V, \mathbf{F}, +, *)$ si $(S, \mathbf{F}, +, *)$ es un espacio vectorial

$\mathbf{F}$ puede ser $\mathbf{R}$ (reales) o $\mathbf{C}$ (complejos)

Examen

1. Explique detalladamente

   ¿({**0**}, **R,** +,*,) es un espacio vectorial? donde **0** es el vector cero o nulo, **R** es el campo de los números reales, + es la suma de vectores y * es el producto escalar por vector.

2. ¿es ({**0, a**}, **R,** +,*,) un espacio vectorial? donde **0** es el vector nulo y **a** es un vector no nulo.

Conclusiones

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.cua.uam.mx
cbarron99@hotmail.com