Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

1. Usar la inducción matemática en la resolución de problemas relacionados con la computación:
2. Aplicar los principios de combinatoria en la elaboración de programas de cómputo.
3. Diseñar búsquedas en conjuntos dotados de una relación de orden.
4. Usar gráficas para modelar problemas.

1. [1.0] Sea A un conjunto finito y no vacío, que consta de las particiones o clases $[a_1]$, $[a_2]$, $[a_3]$ y $[a_4]$. Calcule |A| usando sus clases y el principio de inclusión y exclusión, es decir, simplifique y escriba la fórmula resultante.

Sea D = {0, 1, 2, 3, 4} y la relación o = {(1, 3), (2, 0)}.

2. [1.0] Dibuje la gráfica de la relación "o".
3. [1.0] Escriba la matriz de incidencia de "o" usando como base D.
4. [1.0] Indique si la relación "o" es 1) reflexiva, 2) no reflexiva, 3) simétrica, 4) antisimétrica, 5) transitiva.

Sea "M" la matriz de incidencia de la relación "m" siguiente,

M =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
H	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
I	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
J	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

5. [2.0] Explique si la matriz anterior define una relación de equivalencia en el conjunto {A,B,C,D,E,F,G,H,I.J}, cuantas clases tiene y escriba los elementos de las clases o particiones.
6. [1.0] Calcule la composición de m m … m=m^{40} y escriba la matriz de incidencia resultante (o sea calcule M^{40}), recuerde que en el producto de matrices de incidencia (lógicas) la suma es 1+1=1. Note que la complejidad de este cálculo es O(1), es inmediato. O bien explique si se requiere mas tiempo para realizar este cálculo.

Sea P = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} y sea Z = { sx | donde s $\in$ {" ",-} (s es el signo) y x$\in$ P}$\cup${0}.

7. [0.5] Escriba todos los elementos de Z.
8. [0.5] Escriba al menos 5 de los elementos de ZxP.

9. [2.0] Para un grafo regular de grado 2 con n$\geq$3. A) Demuestre por el teorema de Handshaking o por inducción cuantas aristas tiene. B) Demuestre que solo tiene dos circuitos Eulerianos. C) Demuestre que la longitud del Circuito Euleriano es n. D) Demuestre o explique si estos grafos son planares (es decir no tienen aristas que se cruzan). E) Demuestre por inducción matemática si al agregarle aristas que no se cruzan, para formar todos los posibles triángulos en el interior del grafo se tiene que el número de triángulos es igual a n-2. Sugerencia: Explore

algunos casos sencillos.

10. [1.0] Encuentre una formula y demuestre que funciona para determinar el número de **caminos** Hamiltoneanos diferentes que tiene un grafo completo K_n. Sugerencia: Use la regla del producto de combinatoria. Sugerencia: Explore algunos casos sencillos.

11. [1.0] Si tiene dos grafos con igual número de vértices y con igual número de **ciclos** Hamiltoneanos diferentes, explique ¿si los grafos son isomorfos?. Sugerencia: Explore algunos casos sencillos. Luego, fije un vértice, use la regla del producto de combinatoria y explore la matriz de adyacencia.

12. [2.0] para el siguiente grafo: a) Encuentre los grados de sus vértices, b) explique si es que tiene un camino Euleriano, c) o un ciclo Euleriano, d) o un paseo Hamiltoneano y e) o un ciclo Hamiltoneano. Si lo tiene escríbalo, si no tuviere alguno de los anteriores explique porque no lo tiene. Además, f) verifique que cumple el teorema de Handshaking.

13. Encuentre si es posible las gráficas r-regulares para r=3 y número de nodos de 3 a 7, si no existen justifique porqué.

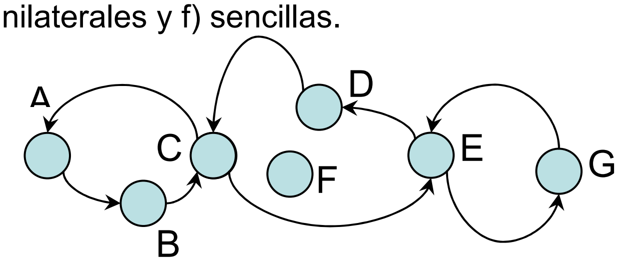
14. En la elaboración de placas de circuitos electrónicos, ¿Cuál es la importancia de las graficas planares y del teorema de Kuratowski?

15. En torneos o competencias, cuales problemas identifica para no realizar una competencia como un grafo completo.

16. Explique si siempre es posible construir una sub-gráfica planar de una grafica completa Kn.

17. Diseñe un sistema para parejas, Hombres y Mujeres. Formule un problema de cobertura para relacionar al menos una mujer con un hombre y viceversa de la gráfica completa bipartita entre hombres y mujeres.

18. [2.0] Encuentre y explique para el siguiente dígrafo, a) si es fuertemente conexo, b) débilmente conexo o c) unilateralmente conexo. Dibuje las subgráficas de sus componentes d) fuertes, e) unilaterales y f) sencillas.



19. [2.0] Sean V1={2,..,2n}, A={(i,j) | i,j ∈ V, 1≤i<j≤2n}, V2={3,..,2n+1} y B ={(m,k) | k,m ∈ V, 1≤k<m≤2n+1}. Explique si los dígrafos (V1,A) y (V2,B) son isomorfos.

20. Encuentre un ejemplo de un grafo que tenga un ciclo Euleriano.

21. Encuentre un ejemplo de un grafo que tenga un camino Euleriano que no sea un ciclo Euleriano.

22. Muestre que un arbol de búsqueda es conveniente para verificar si un grafo tiene un ciclo Hamilteneano o camino Hamiltoneano.

23. Dado un grafo, cual es la complejidad de verificar las propiedades Eulerianas. Y cual es la complejidad de verificar las propiedades Hamiltoneanas. Explique de estos dos problemas cual es mas eficiente de verificar computacionalmente.