

1. Sea $V=\{1,2,3,4,5\}$ y $A=\{(i,j) \mid i,j \in V, 1 \leq i < j \leq 5\}$. Usando V y A , dibuje el grafo e indique si es isomorfo a un K_n (Completo), $K_{n,m}$ (Bipartito), $C_{n,r}$ (Regular) o Planar. Calcule el grado de cada vértice y verifique que se cumple el teorema de Handshaking (la suma del grado de los vértices es dos veces la cardinalidad de las aristas).
2. ¿Es posible construir un grafo planar que sea regular de grado 2 para $n \geq 3$? Explique si corresponde a grafos planos de triángulos y demuéstrelo por inducción. Mediante una formula, con respecto al número de vértices: a) cuantas aristas tiene, b) cuantos triángulos tiene.
3. Sean $V=\{1,2,\dots,n\}$, $A=\{(i,j) \mid i,j \in V, 1 \leq i < j \leq n\}$ y $B=\{(j,i) \mid i,j \in V, 1 \leq i < j \leq n\}$. Explique mediante la matriz de adyacencia si los dígrafos (V,A) y (V,B) son isomorfos.
4. Un arquitecto tiene hacer dos planos uno con 4 y otro para 5 sitios, los cuales tiene que conectarlos todos contra todos mediante tuberías independientes que no se crucen, ¿Mediante un modelo de grafos explique como o que tiene o puede que hacer el arquitecto? Note que son dos planos o problemas, uno con cuatro sitios y otro con cinco.
5. Una agencia de citas amorosas entre hombres y mujeres le solicita un diseño. Construya un grafo apropiado completo entre los hombre y mujeres, de manera que se pueda conocer el numero de posibles parejas que se forman de todos los hombres y mujeres, el numero de parejas posibles de un hombre y el numero de parejas posibles de una mujer. Explique, si el número de hombres es menor al número de mujeres, quien tiene mayor probabilidad de tener pareja, un hombre o una mujer (no use la intuición, use el modelo de grafo que construyo respecto la cardinalidad de los conjuntos de hombres y de mujeres).
6. Tiene n elementos o datos y debe construir un sistema de manera que todos los datos estén relacionados directamente o mediante un camino entre datos, es decir su modelo de datos debe ser conexo. Explique el costo del sistema en base la memoria que se usa para las conexiones entre datos entre un grafo completo y un grafo regular. Explique para 100, 10,000, 1,000,000 y para el numero de usuarios de Facebook (517,760,460, Octubre 6, 2010).
7. Por inducción demuestre que el número de aristas es $|A| = n(n-1)/2$ y encuentre la relación, o sea la formula, con el teorema de Handshaking.
8. Por inducción demuestre que el número de aristas de una grafica bipartita de n vértices (V_1, V_2, A) , donde $|V_1|=|V_2| = n$, es $|A| = n^2/2$ y encuentre la relación, o sea la formula, con el teorema de Handshaking.
9. Para una grafica regular de grado 3 encuentre una formula para el numero de aristas respecto al numero de vértices y demuestre su resultado por inducción (ayuda use el teorema de Handshaking).