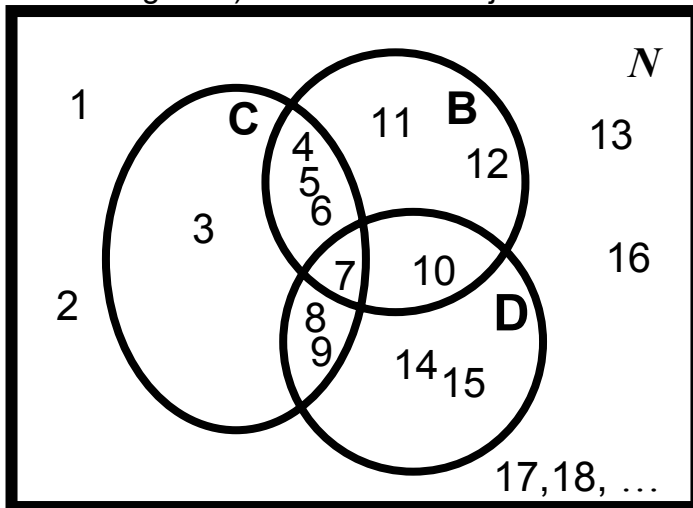


1. Del siguiente diagrama de Ven transcriba a lenguaje matemático de conjuntos por regla y por extensión los conjuntos  $N$ , B, C, D, así como al menos 6 de las operaciones que el diagrama contiene (escriba sus formulas y los resultados para que sea claro que los resultados coincidan con el diagrama).  $N$  denota al conjunto de los números naturales.



2. Sea  $A = \{x \mid x = 2k + 1, k = 0, 1, 2, 3, \dots, k \in \mathbb{N}\}$ , y  $B = \{y \mid y \text{ es par, } y \in \mathbb{N}\}$ , donde  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  es el conjunto de los números naturales. Demostrar que  $A$  y  $B \setminus \mathbb{N} = B^c$  (el complemento de  $B$  en los números naturales) son iguales.

3. Demuestre que la fórmula:  $n^2(n+1)^2/4 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ , donde  $n \in \mathbb{N}$  es válida.

4. Sean  $p(x)$ ,  $q(x)$  dos proposiciones, demuestre que a)  $\overline{p \vee q} \equiv (\overline{p} \wedge \overline{q})$ , b)  $\overline{p \wedge q} \equiv (\overline{p} \vee \overline{q})$  (se omita  $x$ ). Si se define  $A = \{x \mid p(x)\}$  y  $B = \{x \mid q(x)\}$  como llaman sus equivalentes en teoría de conjuntos.

5. En una baraja inglesa de 52 cartas (rey, reina, jota, 1, 2, ..., 10) de cuantas formas se obtiene un par y una terna en una mano de 5 cartas.

6. Si la probabilidad de un evento es  $p(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$  donde  $A \subset \Omega$  y  $0 < |\Omega| < \infty$ . Demuestre que  $p(A) + p(A^c) = 1$ .

7. Cual es la probabilidad de obtener de 5 cartas, 4 cartas iguales (póquer) en una mano de cinco cartas.

8. Seis personas se forman en una fila, de cuantas formas se pueden acomodar. Si hay tres mujeres y tres hombres de cuantas formas se pueden acomodar de forma que las mujeres estén separadas. Si son cuatro hombres y dos mujeres de cuantas formas se pueden acomodar de forma que las mujeres no estén juntas. Calcule las formas en que las mujeres queden siempre

Docente: Dr. Carlos Barrón Romero

juntas. ¿hay alguna relación entre que las mujeres no se acomoden juntas y el que queden juntas? Calcule las probabilidades de los eventos anteriores.

9. Explique cuales son las manos de cinco cartas que son el complemento de un póquer y como se puede calcular su probabilidad a partir de la probabilidad de un póquer.

10. Explique por medio de ejemplos la relación entre  $P_k^n$  y la fórmula de las combinaciones

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$

11. Demuestre que si  $n$  personas se acomodan formando un círculo, el número de formas distintas en las que se pueden acomodar es  $(n-1)!$

12. Explique a partir de que  $n$ , número natural, será cierta o no la desigualdad  $2P_{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor}^n \leq n!$  con  $k \leq n$ .

Donde  $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$  es la parte entera de  $\frac{k}{2}$ .

13. Explique a partir de que  $n$ , número natural, será cierta o no la desigualdad  $\log_2(n) < n < n^2$  donde  $\log_2(n)$  es el logaritmo base 2 (Sugerencia realice primero el ejercicio siguiente de  $2^n > n$ )

14. Explique por medio de Inducción Matemática como se cumple la desigualdad  $2^n > n$ .

15. El principio del buen orden dice: Todo conjunto de números naturales tiene un primer elemento. Demuéstrelo por Inducción Matemática.

16. Demuestre por Inducción Matemática el Principio de Inclusión y Exclusión.

$$\begin{aligned} \left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| &= \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| \\ &+ \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned}$$

17. Explique si funciona el siguiente código para calcular el factorial de enteros positivos.

Fac.(n)

Si  $n \leq 0$  Return 1;

En otro caso  $n * \text{Fac}(n-1)$ .

NOTAS: La inducción Matemáticas solo demuestra que el programa regresa el cálculo del factorial pero no asegura que el programa al correr en una computadora falle. ¿POR QUÉ?