UEA 1118049:
MATEMATICAS DISCRETAS
UAM Azcapotzalco

1. Proposiciones (Lógica Matemática)

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas
División Ciencias Básicas e Ingeniería
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco

Oficina: H 3er. piso, Coordinaciones de CBI, Oficina: 18
Tel. 5318 9000 ext. 2011, 112
Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,
Página: http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbrrn/

UAM

Lógica Matemática (Teoría de la inferencia)

Reglas de inferencia

Prueba condicional (PC)

$(p \wedge r) \rightarrow s \equiv p \rightarrow (r \rightarrow s)$

Lógica Matemática

- Duda razonable. Argumente y explique porque los abogados defensores anulan un argumento de un fiscal que dice:

Pedro fue visto con un cuchillo.

Pedro tenia sangre en la ropa.

Juan fue acuchillado.

Entonces Pedro mato a Juan.

¿ Es lógico que Pedro sea inocente?

¿Es lógico que se acepte como inocente a una persona bajo duda razonable o se debe asumir que es culpable?

Lógica Matemática (Teoría de la inferencia)

Cuantificadores y variables, ∀ Para todo, ∃ existe

- Regla especificación universal si $\forall x, p(x)$ entonces $p(c)$ es verdadera para un $c=x$ del universo
- Regla especificación existencial si $\exists x, p(x)$ entonces con $c=x$, $p(c)$ es verdadera
- Regla generalización del universo si $p(c)$ es verdadera para un c arbitrario entonces $\forall x, p(x)$ es verdadera
- Regla generalización existencial si $p(c)$ es verdadera entonces $\exists x$ y $p(x)$ es verdadera

Ejemplo de Teoría de la inferencia en un área de la Matemática

- Definición de Grupo
- Definición y ejemplo de un grupo cerrado (demostración)
- Definición de un grupo con unidad (demostración)

Nota: Se cambiaron los temas para hacerlos mas accesibles a los alumnos

Semigrupo

- Por el momento asumamos que tenemos el concepto de conjunto, mismo que estudiaremos después.
- Si decimos *A* es un conjunto entendemos una colección o reunión de elementos.
- P conjunto de los números pares es

P={0,2,4,6,...} ={x | x=2k, con k un numero entero positivo, k=0,1,2,3,...}

Definición de Semigrupo

- Sea G un conjunto no vacío y $\circ$ una operación entre elementos de G.

$(G, \circ)$ es un semigrupo si cumple:

1. Clausura o Cerradura: $\forall a,b \in G$, $a \circ b \in G$.
2. Asociatividad: $\forall a,b,c \in G$, $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$

Definición de monoide

- Sea G un conjunto no vacío y $\circ$ una operación entre elemento de G.

$(G, \circ, 1)$ es un moniode si cumple:

1. $(G, \circ)$ es un semigrupo.
2. Elemento identidad: $\exists 1 \in G$ tal que $a \circ 1 = a$, $\forall a \in G$.

Los números pares y su suma

- Sea P el conjunto de los números pares, $P=\{0,2,4,\ldots\}=\{x \mid x=2k, k=0,1,2,\ldots\}$ y + la suma de enteros.

Prop. $(P, +, 0)$ es un moniode:

Demostraremos:

1. $(P, +)$ es un semigrupo.
2. Que 0 es el elemento identidad.

Prop. (P, +,0) es un moniode (continuación)

Por demostrar que (P, +) es un semigrupo.

1. Clausura o Cerradura: Sean a, b $\in$ P, arbitrarios, $\exists$l,k tales que a=2l, b=2k.

   a+b= 2l+ 2k=2(l+k) $\in$ P.

2. Asociatividad: Sean a,b,c $\in$ G, arbitrarios

   $\exists$l,k,j tales que a=2l, b=2k, c=2j,

   (a °b) °c=(2l+2k)+2j=2(l+k+j)

   a °(b °c)=2l+(2k+2j)=2(l+k+j), por tanto

   (a °b) °c= a °(b °c)=2l+(2k+2j)=2(l+k+j).

Por 1 y 2, (P, +) es un semigrupo.

Prop. (P, +,0) es un moniode (continuación)

Por demostrar (2.) que 0 es el elemento identidad.

Sean $a \in P$, arbitrario, $\exists l$ tal que $a=2l$. $a+0= 2l+0=a$.

Como (P, +) es un semigrupo y 0 es el elemento identidad, (P, +,0) es un moniode ■

(el cuadrado indica el fin de la demostración).

Tarea

Dar un ejemplo que no cumpla con la definición de Semigrupo.

Conclusiones

Contacto: Carlos Barrón R
cbarron@correo.cua.uam.mx
cbarron99@hotmail.com