
El valor del examen es 10 puntos, seleccione sus preguntas para sumar exactamente 10.

Instrucciones. El marco de sus respuestas son los objetivos de la UEA que transcribo a continuación:

1. Utilizar el lenguaje formal y simbolismos particulares de diversos temas de matemáticas.
2. Realizar demostraciones en el campo de las matemáticas discretas.

Responda en forma resumida, note que su respuesta debe los objetivos de la UEA, use el sentido común y describa con claridad el desarrollo de su solución. El valor de cada pregunta está entre “[”, “[”. (1 denota el valor verdadero y 0 el valor falso)

1. [1.0] Demuestre por inducción que para n proposiciones arbitrarias p_1, \dots, p_n , se tiene que $p_1 \vee \dots \vee p_n \vee 1 \equiv 1$.
2. [1.0] Demuestre o explique porqué para n proposiciones arbitrarias p_1, \dots, p_n , la expresión $p_1 \wedge \dots \wedge p_n \wedge 1$ no se reduce a 1 o 0, como en el caso anterior.
3. [1.0] Sean p, q dos proposiciones, demuestre que a) $\overline{p \vee q} \equiv (\overline{p \wedge q})$, b) $\overline{p \wedge q} \equiv (\overline{p \vee q})$ y por medio del Axioma de Especificación de conjuntos desarrolle su equivalente en teoría de conjuntos.
4. [1.0] Explique o demuestre que no existe una definición de universo que sea universal y válida para cualesquiera conjuntos.
5. [1.0] Defina y demuestre que el conjunto vacío es único.
6. [3.0] Una persona tiene tres boletos A, B y C de una rifa. El gana la rifa y realiza tres declaraciones $A \vee B$, $A \vee C$ y $B \vee C$. Analice los tres siguientes casos. (i) Sí las tres afirmaciones fueran ciertas, ¿Cuál es el boleto ganador y explique porque? (ii) Sí dos afirmaciones son ciertas, digamos $A \vee B$ y $A \vee C$, pero no $B \vee C$. ¿Cuál es el boleto ganador y explique porque? (iii) Sí una fuera cierta, supongamos $A \vee B$ y las otras $A \vee C$ y $B \vee C$, no. ¿Cuál es el boleto ganador y explique porque?
7. [1.0] Demuestre $A \cup B^c = (A^c \cap B)^c$ y $A \cup (B^c \cap B) = (A^c)^c$. Escriba dos relaciones duales de las anteriores.
8. [1.0] Explique mediante diagramas de Ven la fórmula del principio de inclusión y exclusión para el caso de tres conjuntos arbitrarios.