Problemas de Cartero en una Gráfica Mixta con Restricciones

XX Coloquio de Teoría de las Gráficas
San Luis Potosí, 22 de Febrero de 2005

Francisco Zaragoza — UAM Azcapotzalco

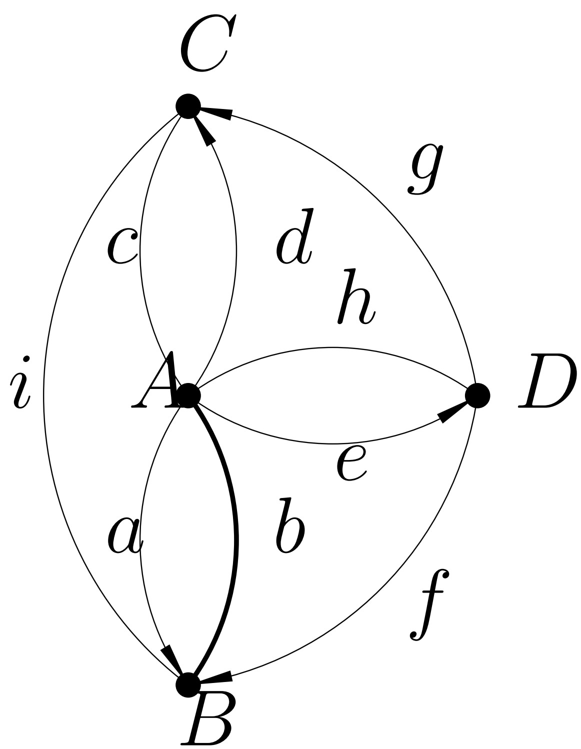
`franz@correo.azc.uam.mx`

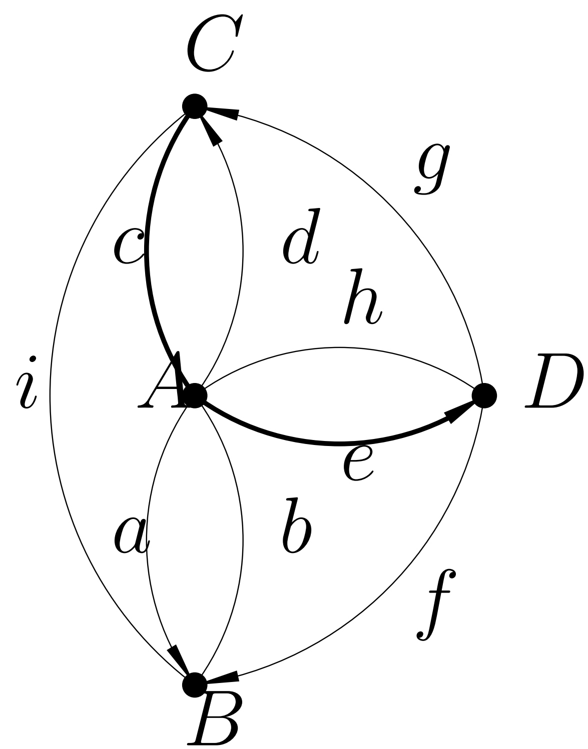
Contenido

- Gráficas mixtas.
- Recorridos de cartero.
- Restricciones en las aristas.
- Restricciones en los arcos.
- Gráficas con viento perfectas.
- Conclusiones.

Gráficas mixtas y recorridos de cartero

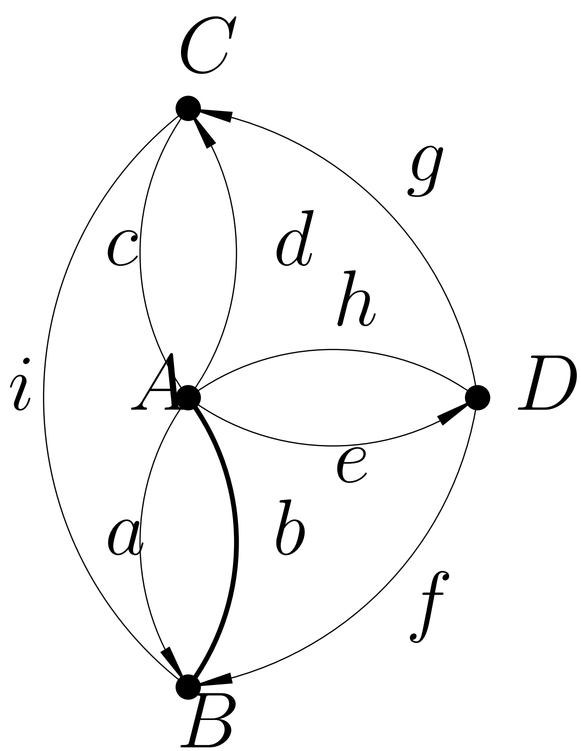
- $M = (V, E, A)$, V son vértices, E son aristas y A son arcos. Un recorrido de cartero es cerrado y los visita a todos ellos.

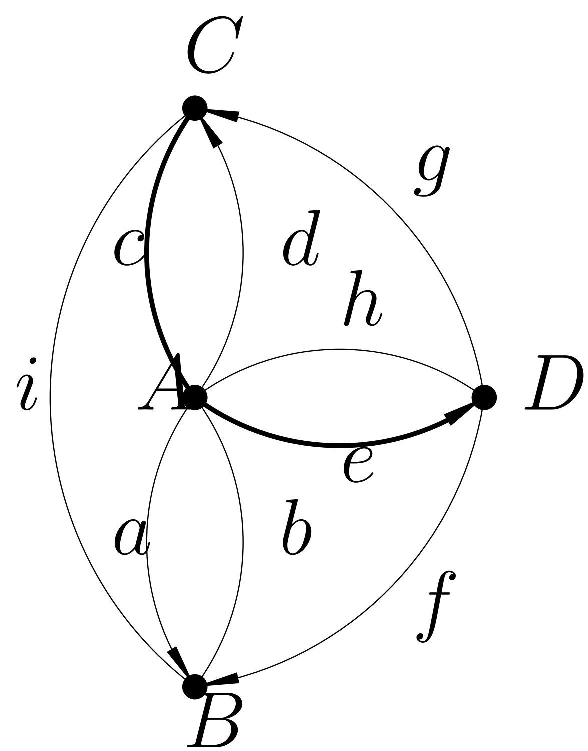




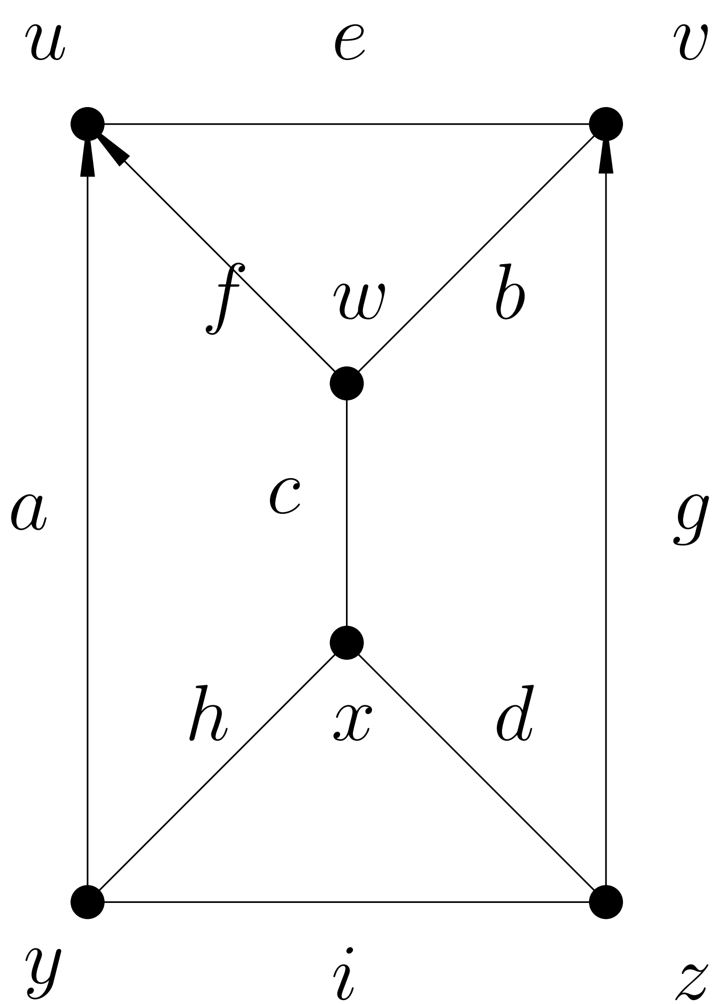
Recorrido de cartero con restricciones

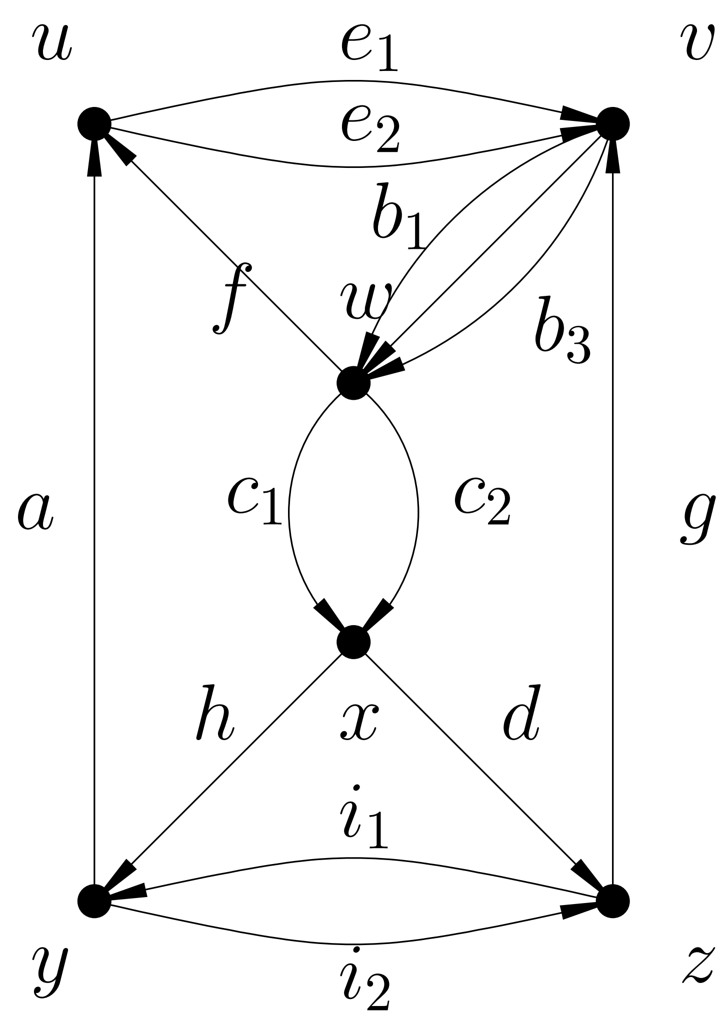
- Sea $R \subseteq E \cup A$. Un recorrido de cartero con restricciones es aquel que visita los elementos de R exactamente una vez.



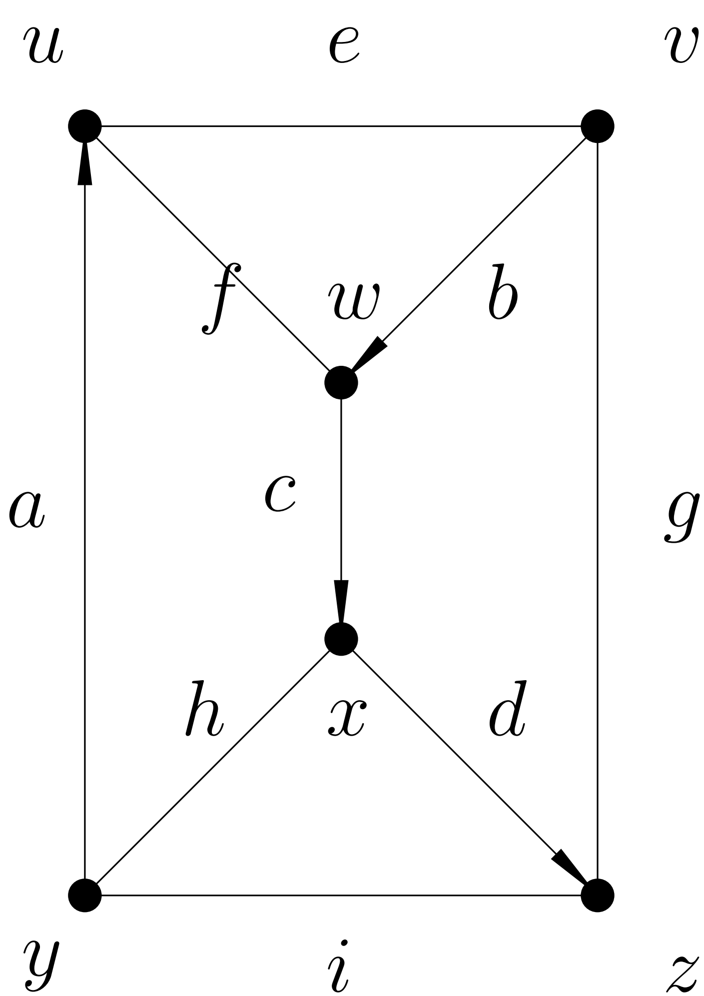


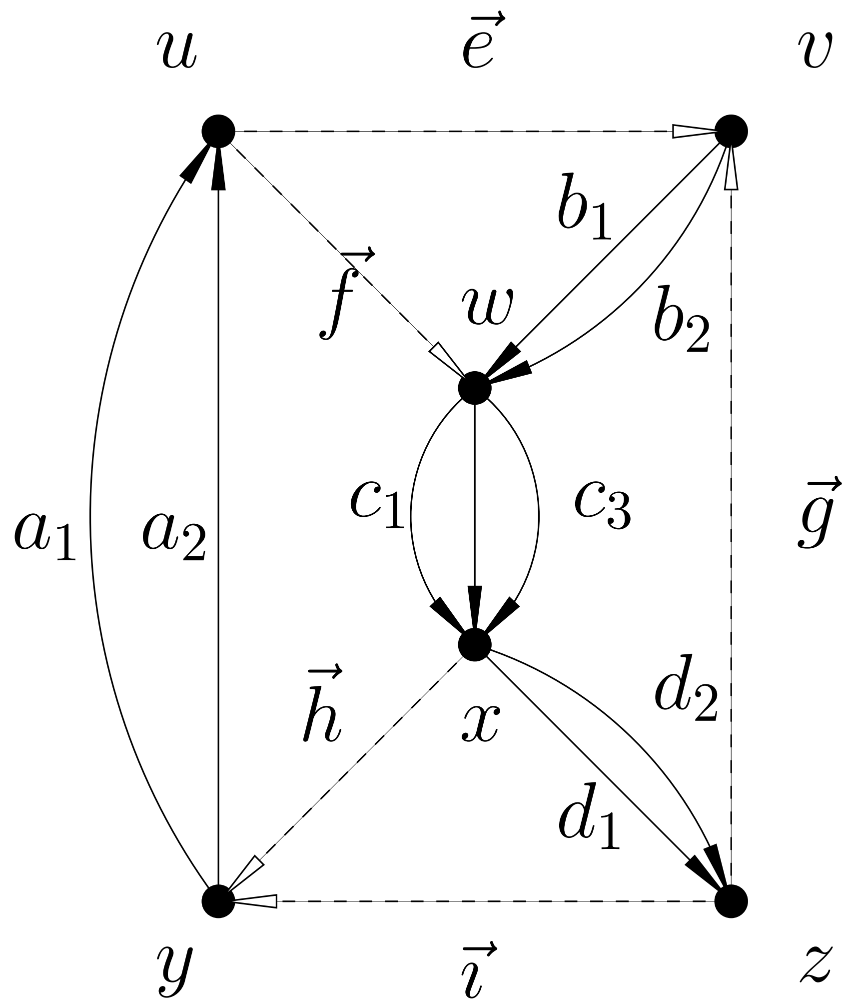
Restricciones en los arcos





Restricciones en las aristas





Malas noticias

- Si asignamos un costo a cada arco y arista entonces los dos problemas son NP duros.
- Además, el segundo problema es NP completo aun sin costos.
- Y sigue siendo NP completo aun si M es aplanable, si $G = (V, E)$ es un bosque y si $D = (V, A)$ es serie-paralelo.

Gráficas con viento perfectas (I)

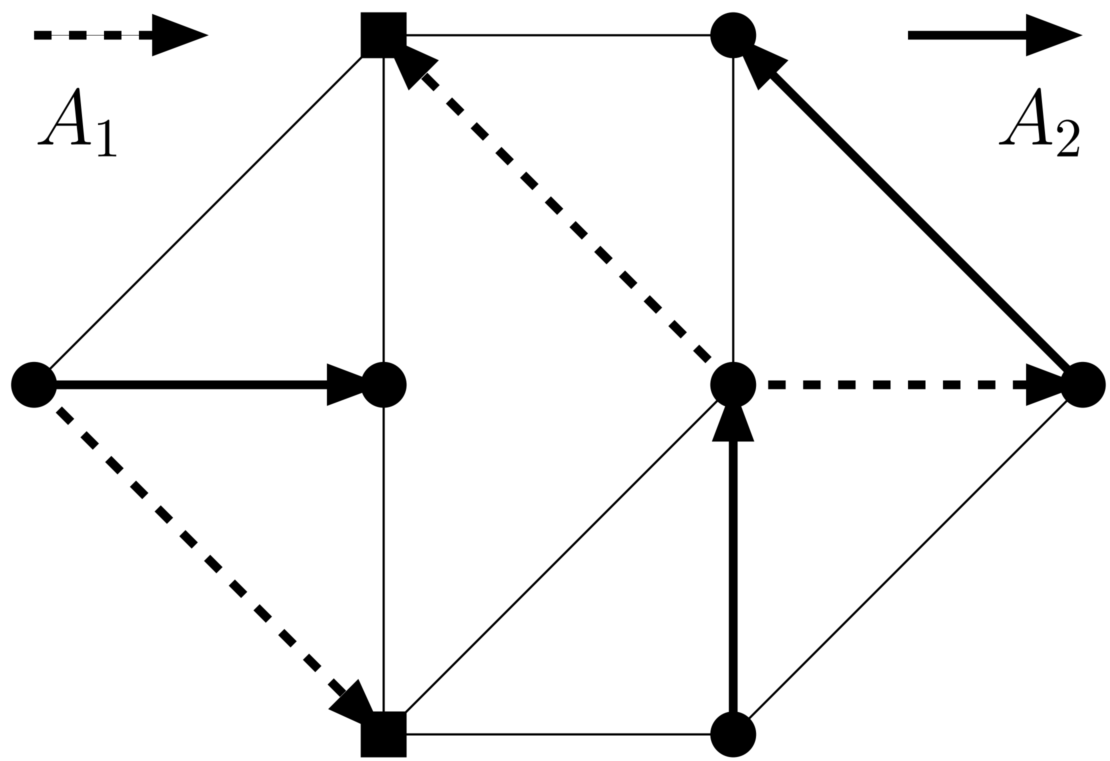
- Decimos que $G = (V, E)$ es una gráfica con viento perfecta si todos los vértices del siguiente poliedro son enteros:
- $x(\vec{\delta}(\bar{v})) - x(\vec{\delta}(v)) = 0$ para todo $v \in V$,
- $x_{e^+} + x_{e^-} \geq 1$ para toda $e \in E$ y
- $x_{e^+}, x_{e^-} \geq 0$ para toda $e \in E$.
- donde e^+ y e^- son orientaciones de e.

Gráficas con viento perfectas (II)

- Las gráficas eulerianas son perfectas.
- Las gráficas serie-paralelo son perfectas.
- $K_{3,3}$.
- Hay más, pero no están bien caracterizadas.
- Los problemas anteriores se pueden resolver en tiempo polinomial para estas gráficas.

Bosques dirigidos (I)

- Sea $M = (V, E, A)$ tal que $D = (V, A)$ es un bosque. Definamos una partición A_1, A_2 de A:



Bosques dirigidos (II)

- Los vértices de este poliedro son enteros:
- $x(\vec{\delta}(\bar{v})) - x(\vec{\delta}(v)) = 0$ para todo $v \in V$,
- $x_a \geq 1$ para todo $a \in A_1$,
- $x_a \geq 2$ para todo $a \in A_2$,
- $x_{e^+} + x_{e^-} = 1$ para toda $e \in E$ y
- $x_e \geq 0$ para toda $e \in A \cup E^+ \cup E^-$.
- Por lo que el problema se puede resolver en tiempo polinomial.

Conclusiones

- Nuestros algoritmos están basados en programación lineal. ¿Habrá algoritmos combinatorios?
- El problema con restricciones en los arcos parece fácil. ¿Habrá otras clases de gráficas para las que se pueda resolver?
- El problema con restricciones en las aristas parece difícil. ¿Habrá otras clases de gráficas para las que se pueda resolver?