

1^{er} Examen Parcial de Temas Selectos de Ingeniería Física

Alejandro Kunold

Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco

(Dated: 9 de junio de 2017)

1. Un haz en el que todos los átomos de plata están en el estado

$$|\psi\rangle = i\frac{4}{5}|+z\rangle + \frac{3}{5}|-z\rangle$$

entra a un aparato de Stern-Gerlach SG_x orientado a lo largo del eje x .

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que saliendo del SG_x una medición de S_x de como resultado $\hbar/2$?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener como resultado $-\hbar/2$?
- c) Calcula el valor esperado $\langle\psi|\hat{S}_x|\psi\rangle$ de $\hat{S}_x$.
- d) Calcula la incertidumbre $\langle\psi|\hat{S}_x^2 - \langle\hat{S}_x\rangle^2|\psi\rangle$ de esta medición donde $\langle\hat{S}_x\rangle = \langle\psi|\hat{S}_x|\psi\rangle$.

2. Aplicando una rotación alrededor del eje z dada por $R(\theta\mathbf{k})$, muestra que el estado $|-y\rangle$ al ser rotado 180° se convierte en el estado $|+y\rangle$.
3. Los estados posibles para una partícula de espín $j = 1$ son $|1, 1\rangle$, $|1, 0\rangle$ y $|1, -1\rangle$ y se pueden repre-

sentar en la base de J_z como

$$|1, 1\rangle \xrightarrow{J_z} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1, 0\rangle \xrightarrow{J_z} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1, -1\rangle \xrightarrow{J_z} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

En esta misma base los operadores de espín toman la forma

$$\mathbb{J}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{J}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}.$$

Encuentra las matrices de los operadores de ascenso y descenso $\mathbb{J}_+$ y $\mathbb{J}_-$ y muestra en forma matricial que se reproducen los resultados que obtuvimos en clase

$$\begin{aligned} \hat{J}_+ |1, 0\rangle &= \sqrt{2}\hbar |1, 1\rangle, \\ \hat{J}_- |1, 1\rangle &= \sqrt{2}\hbar |1, 0\rangle, \\ \hat{J}_+ |1, 1\rangle &= 0. \end{aligned}$$

4. Realiza las siguientes operaciones

- a) $\hat{J}_z |5/2, -3/2\rangle$,
- b) $\hat{\mathbf{J}}^2 |2, -1\rangle$
- c) $\hat{J}_+ |1, 1\rangle$,
- d) $\hat{J}_- |1/2, 1/2\rangle$.