

SAI 1112042 Introducción al Cálculo

Temas del curso (los que corresponden a la UEA 1112042):

- 1) Números reales
- 2) Funciones algebraicas.
- 3) Funciones trigonométricas.
- 4) Límites.
- 5) Continuidad.

Autoevaluación de los alumnos con este examen global contestar : MB: lo puedo resolver completo y correcto, B: Lo puedo resolver con pocas fallas, S: quizás lo puedo resolver y NA: No lo entiendo, ni lo podré resolver.

1112042 Introducción al Cálculo GRUPO CTG03 TRIMESTRE 23I

Examen Global de Introducción al Cálculo

Los ejercicios de la evaluación global están marcados con el símbolo de asterisco (*). Justificar todas sus respuestas.

Parte I

1. (*) (15 puntos) Resolver las siguientes desigualdades. Expresar las soluciones usando notación de intervalos.

a) $x^2 - 5x + 6 > 0$.

b) $\frac{3x+1}{2x-7} \leq 0$.

2. Sea la función $f(x)$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} + 1 & \text{si } -10 < x < -4 \\ -2x + 1 & \text{si } |x| \leq 4 \\ (x-8)^2 - 1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- Elaborar el bosquejo de la gráfica de $f(x)$.
- Determinar el dominio y las raíces (ceros).
- Determinar la paridad, el rango (imagen) y los intervalos de monotonía.
- Encontrar los intervalos donde $f(x) \leq 0$.

3. (*) (20 puntos) Considerar las siguientes funciones

$$f(x) = \sqrt{-7x+5} \text{ y } g(x) = \frac{3x^2-3}{2x^2-8}$$

- Determinar el dominio y las raíces de cada función.
- Obtener la expresión para las funciones $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$, $(g \circ f)(x)$ y sus respectivos dominios.

Parte II

1. (*) (20 puntos) Calcular los siguientes límites.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\csc(3x)}{x(\cot(3x))^3}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+3x-18}{\sqrt{x^2+5}-3}$.

2. Calcular los siguientes límites.

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+11x+7x^2}}{2x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\lfloor -3x+1 \rfloor}{2x-5}$.

3. (*) (15 puntos) Bosquejar las siguientes funciones transformadas en el intervalo de $[0, 2\pi]$ considerando que $f_0(x) = \sin(x)$.

- $f_1(x) = f_0(2x)$.
- $f_2(x) = -4f_1(x)$.
- $f_3(x) = f_2(x - \frac{\pi}{2})$.
- $w(x) = f_3(x) - 3$.

Dar una expresión para $w(x)$ y determinar su amplitud, periodo y rango de $w(x)$.

4. Sea la función

$$f(x) = \frac{x-5}{2x^2-8x}$$

- Determinar el dominio y las raíces (ceros).
- Obtener las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Elaborar un bosquejo de la función.

5. Considerar una caja rectangular sin tapa. El largo de la base es el doble del ancho y, a su vez, es el cuádruple de la altura de la caja. Determinar la superficie de la caja en función del largo de la base.

Parte III

1. (*) (20 puntos) Sea la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 5x + 6}$$

- Calcular dominio, raíces (ceros) y paridad.
- Determinar intervalos de continuidad.
- Encontrar las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Elaborar un bosquejo de la gráfica de la función.

2. Sea la función definida como:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 8 & \text{si } x < -3 \\ ax + 4 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ x^2 - b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Determinar los valores de a y b para que la función sea continua en todo su dominio y calcular su rango.

3. (*) (10 puntos) Sabiendo que el dominio de $f(x)$ es $\mathbb{R} \setminus \{-7, -4, -2, 6\}$ bosquejar $f(x)$ considerando la siguiente información:

- $\lim_{x \rightarrow -7^-} f(x) = 3$.

- $\lim_{x \rightarrow -7^+} f(x) = 5$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$.
- $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \infty$.
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = -\infty$.
- $f(x) = 0$ al menos en $x = 3$ y en $x = 5$.
- $f(10) = \frac{5}{8}$.

4. Encontrar un intervalo de longitud de $\frac{\pi}{4}$ o menor que contenga una solución de la ecuación

$$2 \sin(x) - x + 3 = 0.$$

Justifica tu respuesta usando al teorema del valor intermedio.

NOTAS:

Lo que leiste es el tipo de ejercicios de la UEA de Introducción al Cálculo.

¿Cual es el resultado de tu autoevaluación?

Este ejercicios es para la auto reflexión, ya que en SAI, lo más importante es tu participación y por eso debes reconocer que estudiar y trabajar para aprender de forma que se refleje en una MB de calificación.