

TEMAS

Continuidad de una función.

Una función es continua en todo su dominio si se puede dibujar sin levantar el lápiz, o sea, si en todos los puntos del dominio existen y son iguales los límites laterales de cada punto.

Por ejemplo. Sea la función $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & x < -2 \\ \alpha x + 2 & -2 \leq x \leq 4 \\ 2x^2 - \beta & x > 4 \end{cases}$.

Los puntos donde se conectan las secciones requieren valores adecuados para garantizar la continuidad al pasar de una sección a otra en los puntos $x = -2, x = 4$.

Esto nos lleva a escribir las condiciones de continuidad y determinar las constantes α y β para que la función g sea continua en todo su dominio

Por tanto las condiciones de continuidad son:

Para $x = -2$:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-x^2 + 3) = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (\alpha x + 2) = 2 - 2\alpha$$

de la igualdad de estos límites: $-1 = 2 - 2\alpha$. Se obtiene: $\alpha = \frac{3}{2}$.

Para $x = 4$:

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (\alpha x + 2) = 4\alpha + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (2x^2 - \beta) = 32 - \beta$$

de la igualdad de estos límites: $4\alpha + 2 = 32 - \beta$. Sustituyendo α : $4\left(\frac{3}{2}\right) + 2 = 32 - \beta$.

Se obtiene que $\beta = 24$.

O sea la función es:

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & x < -2 \\ \frac{3}{2}x + 2 & -2 \leq x \leq 4 \\ 2x^2 - 24 & x > 4 \end{cases}$$

El esbozo de g comprueba que es continua.

