

**Tarea obligatoria 04.**

La tarea es individual y se entregará por partes o completa cuando usted lo considere.

El documento debe contener e indicar: Tarea 01 de Introducción al Cálculo, Nombre del alumno, matrícula, las preguntas y sus respuestas bien redactadas (lea documento modelo de pregunta-respuesta).

Seleccione sus cuatro dígitos decimales de la Tabla de dígitos m,c,d,u de los alumnos en la página del curso) y asíguelos a (baje el documento PDF del disco compartido que se le indique):

Matrícula: 0000000000

$$m_0 = 0$$

$$c_0 = 0$$

$$d_0 = 0$$

$$u_0 = 0$$

$$M_0 = \max(m_0, c_0, d_0, u_0)$$

$$N_0 = \min(m_0, c_0, d_0, u_0)$$

1. Realizar el bosquejo de una función  $f$  y de sus asíntotas que cumple:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = (-1)^{m_0} M_0.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = (-1)^{c_0} N_0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -(M_0+1)^-} f(x) = (-1)^{m_0} \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -(M_0+1)^+} f(x) = (-1)^{d_0} \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow (m_0)^-} f(x) = (-1)^{u_0} \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow (m_0)^+} f(x) = (-1)^{c_0} \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow (M_0+1)^-} f(x) = (-1)^{m_0} \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow (M_0+1)^+} f(x) = (-1)^{d_0} \infty.$$

Tiene a lo más cuatro raíces y tiene discontinuidades fijas en  $-(M_0 + 1), m_0, M_0 + 1$ .

Además, determinar su dominio y su rango.

2. Sea la función

$$g(z) = \begin{cases} z^{N_0+1} + \alpha & z < -M_0 \\ (c_0 - M_0) \cos(N_0 \pi z) & |z| \leq M_0 \\ z^{N_0+1} + \beta & z > M_0 \end{cases}$$

a) Determinar las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  para que la función  $g$  sea continua. Si no se puede hacer una función continua, explicar y terminar el ejercicio.

Con la función continua:

c) Determinar el dominio y rango de la función.

d) Determinar la paridad de  $g$ .

e) Determinar las raíces de  $g$ .

f) Determinar los intervalos de monotonía de  $g$ .

3. Sea la función

$$h(x) = \begin{cases} |M_0 x| + \alpha N_0 & x < 0 \\ |M_0 x| - N_0 & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Para  $\alpha = u_0 - d_0$ , determinar el dominio natural y el rango correspondiente. Explicar si la función es continua.

b) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$

b) Determinar  $\alpha$  para que la función  $h$  sea continua.

c) Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ .

4. Sea la función

$$h(x) = \frac{xm_0 - M_0(m_0) - x^2c_0 + x(M_0)c_0}{xu_0 - xm_0 + M_0(m_0) - M_0(u_0) - x^2M_0 + x^3}$$

a) Determinar las discontinuidades, fijas y removibles.

b) Determinar la expresión equivalente sin las discontinuidades removibles.

- c) Determinar las raíces.
  - d) Determinar el dominio y rango.
  - e) Esbozar la gráfica de  $h$  con sus asíntotas.
  - f) Determinar las asíntotas verticales.
5. Determinar los límites:
- a)  $\lim_{x \rightarrow N_0} (g \circ f)(x)$  donde  $g(x) = (m_0 - c_0)x^{N_0+1} - (u_0)$  y  $f(x) = \sin(2\pi x)$ .
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^{N_0}(x)}{\cos^2(x)}$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow -m_0} \frac{x^{N_0+1} - x^{N_0}m_0 - 2xm_0 - x^{N_0} - 2x + 2x^2}{\sqrt{(x-1)^2 - m_0}}$
6. Dado un rectángulo que tiene una diagonal ( $d$ ) de longitud de  $M_0$  veces la base ( $b$ ).
- a) Determinar la función del perímetro de un rectángulo con respecto a la diagonal ( $d$ ). Calcular el perímetro cuando  $d = c_0$ .
  - b) Determinar la función del perímetro de un rectángulo con respecto a la base ( $b$ ). Calcular el perímetro cuando  $b = u_0$ .
7. Determinar la amplitud ( $|A|$ ), el periodo ( $|B|$ ), el corrimiento ( $C$ ) y la traslación ( $D$ ) de la función:
- $$h(x) = m_0(c_0 - u_0) \sin((u_0 - M_0)\pi x + c_0) - (u_0 - m_0).$$
8. Realizar por pasos la gráfica de la función comenzando con  $\cos(\pi x)$ :
- $$z(x) = u_0(m_0 - u_0) \cos(\pi x) - M_0(c_0 - m_0).$$
9. Dado un cono con radio de la base ( $r$ ) y con altura ( $h$ )  $m_0$  veces el radio ( $r$ ).
- a) Determinar la función del volumen del cono con respecto al radio ( $r$ ). Calcular el volumen cuando la altura  $h = (c_0)M_0$ .
10. Dada una semiesfera de radio ( $r$ ) conectada a la tapa (radio  $r$ ) de un cilindro de altura ( $h$ ). La altura del cilindro es  $m_0$  veces el radio ( $r$ ) de su base.
- a) Determinar la función del volumen de la figura descrita con respecto al radio ( $r$ ). Calcular el volumen cuando  $r = (c_0)M_0$ .
  - d) Determinar la función del volumen de la figura descrita con respecto a la altura ( $h$ ). Calcular el volumen cuando  $h = (c_0)M_0$ .
  - c) Determinar si las funciones anteriores coinciden para algún  $r$  y  $h$ .