

UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

# 1. La Integral, Fórmulas de las sumas de Riemann

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 116

Tel. 53189014

Contacto: [cbarron@correo.azc.uam.mx](mailto:cbarron@correo.azc.uam.mx),

Página: <http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/> © CBR 1

# 1.1 Introducción

$$f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R},$$

$$a, b \in \mathcal{R}, a < b$$

1.  $\int_a^b f(x)dx \in \mathcal{R}$

2.  $F(x) = \int_a^x f(y)dy \quad F : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$

# 1.1 Introducción

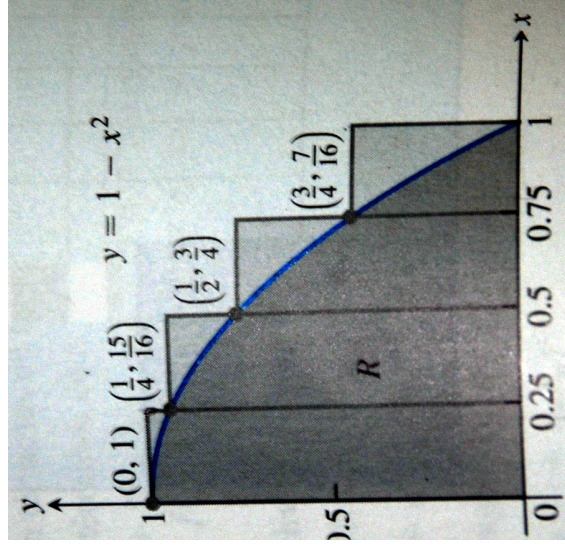
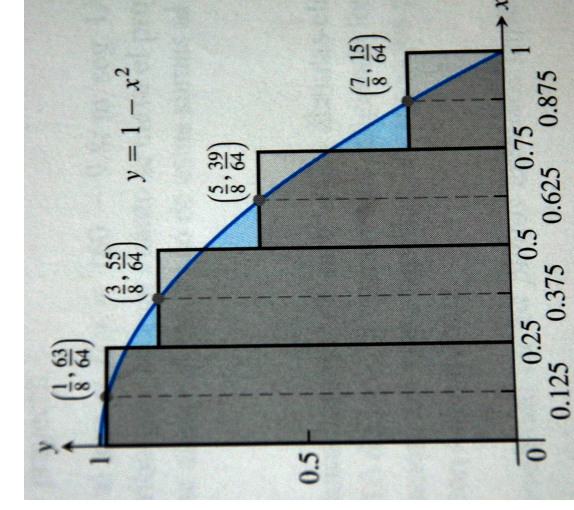
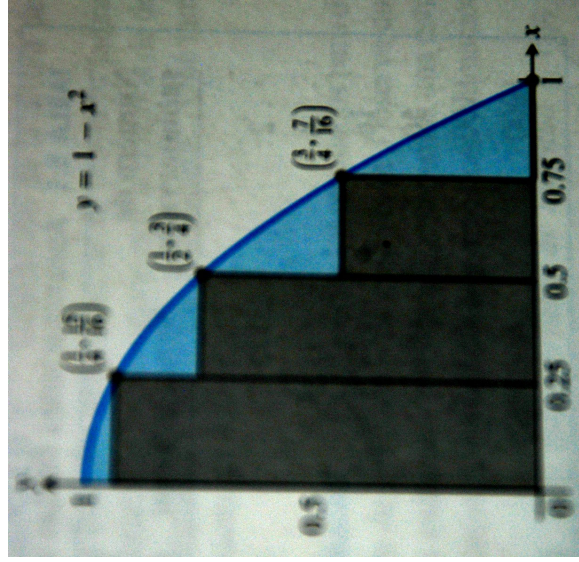
- ¿Que es una integral?
- 1. La integral se puede interpretar como una operación para "medir": en una recta o curva su longitud; en un plano, areas de zonas delimitadas por curvas o rectas; y en el espacio, regiones delimitadas por superficies o planos.
- 2. Por otro lado, se puede ver como una operación que regresa una primitiva de la función que se esta integrando.

# 1.1 Introducción

- ¿Que compone una integral?
- Una función, límites de integración, una variable muda y su diferencial

$$\int_a^b f(x) dx$$

# 1.2 Sumas de Riemann para aproximar una integral



Suma Inferior

Suma por  
Regla de  
Punto Medio

Suma Superior

figuras tomadas del Thomas

# Fórmulas de las sumas de Riemann para intervalos iguales

## Suma Inferior

$$I(n) = \Delta x_n \sum_{j=1}^n \min (f(x_{j-1}), f(x_j)).$$

## Punto Medio

$$M(n) = \Delta x_n \sum_{j=1}^n f\left(\frac{x_{j-1} + x_j}{2}\right).$$

## Suma Superior

$$S(n) = \Delta x_n \sum_{j=1}^n \max (f(x_{j-1}), f(x_j)).$$

$$\Delta x_n = \frac{b - a}{n}, x_0 = a, x_j = x_0 + j\Delta x_n, j = 0, 1, \dots, n$$

# Suma (arbitraria) de Riemann

$$P_n = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, b = x_n\}$$

$$\Delta x_j = x_j - x_{j-1}, \quad j = 1, \dots, n$$

$$z_j \in [x_{j-1}, x_j], \quad j = 1, \dots, n$$

$$R(P_n) = \sum_{j=1}^n f(z_j) \Delta x_j.$$

Es decir cualquier partición ( $P_n$ ) de puntos de  $[a, b]$  con un punto arbitrario en cada intervalo  $z_j = [x_{j-1}, x_j]$

# La Integral definida como límite de una Suma (arbitraria) de Riemann

$$P_n = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, b = x_n\}$$

$$\Delta x_j = x_j - x_{j-1}, j = 1, \dots, n$$

$$z_j \in [x_{j-1}, x_j], j = 1, \dots, n$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n f(z_j) \Delta x_j.$$



# Referencia

- Los temas corresponden al capítulo 5 del libro. Cálculo Una Variable, THOMAS.