

UEA 1112002

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

1. Propiedades de la Integral definida

Carlos Barrón Romero

Departamento de Ciencias Básicas

División Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM Azcapotzalco

Oficina: H 116

Tel. 53189014

Contacto: cbarron@correo.azc.uam.mx,

Página: <http://ce.azc.uam.mx/profesores/cbr/>

NOTAS

- En clase se desarrollaran en detalle las explicaciones de las propiedades de la Integral Definida

Propiedades de la Integral Definida

Se asume que

$$f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R},$$
$$a, b \in \mathcal{R}, a < b$$

Es continua en $[a,b]$ o con número finito de discontinuidades

La integral como Suma (arbitraria) de Riemann

$$P_n = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, b = x_n\}$$
$$z_j \in [x_{j-1}, x_j], j = 1, \dots, n$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n f(z_j) \Delta x_j$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n f(z_j) (x_j - x_{j-1}).$$

Propiedades de la Integral Definida

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

Se usa para separar la integral de una función con un número finito de discontinuidades

Ejemplo

$$h(x) = \begin{cases} x^2 & x \in [0, 1) \\ x + 3 & x \in [1, 2] \end{cases}$$

$$\int_0^2 h(x) dx = \int_0^1 h(x) dx + \int_1^2 h(x) dx.$$

$$= \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (x + 3) dx.$$

Propiedades de la Integral Definida

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$$

Se usa para sacar constantes fuera de la integración.

Evite el error de confundir esta propiedad o de aplicar mal esta propiedad

$$\int_a^b f(kx) dx \neq k \int_a^b f(x) dx.$$

Ejemplo

$$f(x) = x^2 \qquad \int_0^x x^2 dx = \frac{1}{3}x^3$$

$$\int_0^x kf(x)dx = \int_0^x kx^2 dx = k\frac{1}{3}x^3 = k \int_0^x f(x)dx$$

NOTE

$$\int_0^x f(kx)dx = \int_0^x (kx)^2 dx = k^2 \int_0^x f(x)dx \neq k \int_0^x f(x)dx$$

Propiedades de la Integral Definida

$$\min_{x \in [a, b]} f(x)(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq \max_{x \in [a, b]} f(x)(b-a)$$

Se usa para acotar el valor de la integral.

Referencia

- Los temas corresponden al capítulo 5 del libro. Cálculo Una Variable, THOMAS.